

確率統計学 解答例

2017.07.04

■ 確率変数 Z が標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従うとき、標準正規分布の数値表を用いて、次の問いに答えよ。

- (1) 確率 $P(|Z - 1.0| < 1.5)$ を求めよ。
- (2) 関係式 $P(-1.0 \leq Z \leq a) = 0.8$ をみたすような a を求めよ。
- (3) 偏差値 75.0 点は上位から何パーセントの位置にあるか調べよ。

(解) (1) 標準正規分布の確率密度関数は偶関数であるから、

$$\begin{aligned} P(|Z - 1.0| < 1.5) &= P(-0.5 \leq Z \leq 2.5) = P(Z \leq 2.5) - P(Z \leq -0.5) = P(Z \leq 2.5) - P(Z \geq 0.5) \\ &= P(Z \leq 2.5) - (1 - P(Z \leq 0.5)) = 0.9938 - (1 - 0.6915) = 0.6853 \end{aligned}$$

である。(2) (1) と同様な計算から

$$\begin{aligned} 0.8 &= P(-1.0 \leq Z \leq a) = P(Z \leq a) - P(Z \leq -1.0) = P(Z \leq a) - P(Z \geq 1.0) \\ &= P(Z \leq a) - (1 - P(Z \leq 1.0)) = P(Z \leq a) - (1 - 0.8413) = P(Z \leq a) - 0.1587 \end{aligned}$$

となるので、 $P(Z \leq a) = 0.9587$ が得られる。数値表より $P(Z \leq 1.73) = 0.9582$, $P(Z \leq 1.74) = 0.9591$ であるから、

$$a = 1.73 + 0.01 \cdot \frac{0.9587 - 0.9582}{0.9591 - 0.9582} \approx 1.736$$

である。(3) 偏差値 X は $X = 50.0 + 10.0 \cdot Z$ と表されることに注意すると、

$$P(X \geq 75.0) = P(50.0 + 10.0 \cdot Z \geq 75.0) = P(Z \geq 2.5) = 1 - P(Z \leq 2.5) = 1 - 0.9938 = 0.0062$$

となる。したがって、上位から 0.62% である。 ■