

確率統計学 解答例

2017.05.30

■ 次の問いに答えよ.

- (1) 生徒 6 人から 2 人ずつの組を 3 組作る作り方の総数を求めよ.
- (2) 生徒 20 人から 2 人ずつの組を n 組 ($n = 1, 2, \dots, 10$) 作る作り方の総数を S_n とする. S_n を n を用いて表せ.
- (3) $\frac{S_{n+1}}{S_n} > 1$ をみたす n をすべて求めよ.
- (4) S_n を最大にする n を調べよ.

(解) (1) 総数は

$$\frac{{}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_2}{3!} = \frac{15 \cdot 6 \cdot 1}{6} = 15$$

である. (2) S_n は

$$S_n = \frac{{}_{20}C_2 \cdot {}_{18}C_2 \cdot {}_{16}C_2 \cdots \cdots {}_{20-2(n-2)}C_2 \cdot {}_{20-2(n-1)}C_2}{n!} = \frac{{}_{20}P_{2n}}{2^n n!} = \frac{20!}{2^n n! (20-2n)!}$$

と表せる. (3) $1 \leq n \leq 10$ と

$$0 < \frac{S_{n+1}}{S_n} - 1 = \frac{(20-2n)(20-2n-1)}{2(n+1)} - 1 = \frac{2n^2 - 40n + 189}{n+1}$$

より

$$1 \leq n < \frac{20 - \sqrt{22}}{2} = 7.65 \cdots$$

であるから, 求める n は 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 である. (4) (3) より

$$S_1 < S_2 < S_3 < S_4 < S_5 < S_6 < S_7 < S_8, \quad S_8 > S_9 > S_{10}$$

であるから, 求める n は 8 である. ■