

確率統計学 解答例

2016.06.01

■ ある受験者 40 人に対してあるテストを行ったところ、その得点は平均点が 60 点、標準偏差が 5 点の正規分布に従っていた。このテストについて、次の問いに答えよ。

- (1) 67 点を取った人の上位からの順位を推測せよ。
- (2) 上位からの順位が 35 位の人の得点を推測せよ。
- (3) 上位からの順位が 10 位の人は、あと何点取ってれば、上位からの順位が 5 位以内になっていたかを推測せよ。

(解) テストの得点を X で表すことにし、 Z を $N(0, 1^2)$ に従う確率変数とする。(1)

$$\begin{aligned} P(X \geq 67) &= P(X \geq 66.5) = P\left(Z \geq \frac{66.5 - 60}{5}\right) = P(Z \geq 1.3) \\ &= 1 - P(Z \leq 1.3) = 1 - 0.9032 = 0.0968 \end{aligned}$$

より $0.0968 \cdot 40 = 3.872$ となるので、上位からの順位は 3 位または 4 位であると推測できる。(2) 上位からの順位が 30 位の人の得点を a とする。

$$0.875 = \frac{35}{40} = P(X \geq a) = P\left(X \geq a + \frac{1}{2}\right) = P\left(Z \geq \frac{2a - 119}{10}\right) = P\left(Z \leq \frac{119 - 2a}{10}\right)$$

より

$$1.15 = \frac{119 - 2a}{10}, \quad \text{つまり, } a = 53.75$$

であるから、求める得点は 53 点または 54 点であると推測できる。(3) 上位からの順位が 10 位の人の得点を b 、5 位の人の得点を c とする。

$$\begin{aligned} 0.75 &= \frac{30}{40} = P(X \leq b) = P\left(X \leq b + \frac{1}{2}\right) = P\left(Z \leq \frac{2b - 119}{10}\right), \\ 0.875 &= \frac{35}{40} = P(X \leq c) = P\left(X \leq c - \frac{1}{2}\right) = P\left(Z \leq \frac{2c - 121}{10}\right) \end{aligned}$$

より

$$0.675 = \frac{2b - 119}{10}, \quad 1.15 = \frac{2c - 121}{10} \quad \text{つまり, } b = 62.875, \quad c = 66.25$$

であるから、 $c - b = 66.25 - 62.875 = 3.375$ となる。したがって、あと 4 点取ってれば、上位からの順位が 5 位以内になっていたと推測できる。 ■