

## 確率統計学 解答例

2016.05.25

■ 条件  $w_1 + w_2 + \cdots + w_n = 1$  のもとでの  $R = w_1^2 + w_2^2 + \cdots + w_n^2$  の最小値と、そのときの  $w_1, w_2, \cdots, w_n$  を求めよ.

(解)  $R$  は

$$\sum_{k=1}^n \left( w_k - \frac{1}{n} \right)^2 = \sum_{k=1}^n \left( w_k^2 - \frac{2}{n} \cdot w_k + \frac{1}{n^2} \right) = \sum_{k=1}^n w_k^2 - \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n w_k + \frac{1}{n} = R - \frac{1}{n}$$

と表され,

$$R = \frac{1}{n} + \sum_{k=1}^n \left( w_k - \frac{1}{n} \right)^2 \geq \frac{1}{n}$$

となるので,  $w_1 = w_2 = \cdots = w_n = 1/n$  のとき  $R$  は最小値  $1/n$  をとる. ■