確率統計学概論　解答例

2016.12.19

■　等比数列の和の公式

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

を用いて，和

$$1 + 2\,x + 3\,x^2 + \cdots + n\,x^{n-1}$$

を求めよ．

(解)　和の公式の両辺を微分することにより

$$\begin{aligned} 1 + 2\,x + 3\,x^2 + \cdots + n\,x^{n-1} &= \left[1 + x + x^2 + \cdots + x^n\right]' = \left[\frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}\right]' \\ &= \frac{-(n+1)\,x^n\,(1-x) - (1 - x^{n+1})\,(-1)}{(1-x)^2} = \frac{1 - (n+1)\,x^n + n\,x^{n+1}}{(1-x)^2} \end{aligned}$$

となる．■