確率統計学概論　解答例

2016.11.21

■　自然数 n を予め定め，2 人のプレイヤー A，B が n 回ジャンケンを行う．ジャンケンを始める前に，駒を数直線上の原点におき，ジャンケンを行う毎に，B が勝つと数直線上 1 だけ右に，負けると 1 だけ左に駒を移動させ，あいこのときには駒を動かさない．このとき，(1) $n=5$ の場合，および，(2) $n=10$ の場合に，n 回目のジャンケンが終了したときに，駒が原点から右に 3 移動した位置にある確率を求めよ．

(解)　B が a 回勝ち，b 回負け，c 回あいこになることを (a,b,c) と表すと，$a-b=3$ より

$$n = a+b+c = a+(a-3)+c = 2\,a+c-3 \geq 2\,a-3$$

となるので

$$b = a-3, \qquad c = n+3-2\,a, \qquad 3 \leq a \leq \frac{n+3}{2}, \qquad a \in \mathbb{N}$$

が得られる．また，B が勝つ，負ける，あいこになる確率はそれぞれ 1/3 である．(1) $(3,0,2)$ または $(4,1,0)$ であるから，求める確率は

$$\left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{5!}{3!\,0!\,2!} + \frac{5!}{4!\,1!\,0!}\right) = \frac{15}{3^5} = \frac{5}{81}$$

となる．(2)

$$(3,0,7), \qquad (4,1,5), \qquad (5,2,3), \qquad (6,3,1)$$

であるから，求める確率は

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \left(\frac{10!}{3!\,0!\,7!} + \frac{10!}{4!\,1!\,5!} + \frac{10!}{5!\,2!\,3!} + \frac{10!}{6!\,3!\,1!}\right) = \frac{4740}{3^{10}} = \frac{1580}{3^9}$$

となる．■