

確率統計学 解答例

2015.07.21

■ 不等式

$$\left| \frac{0.4 - p}{\sqrt{p(1-p)/100}} \right| \leq 1.96, \quad 0 < p < 1$$

を解け.

(解) 両辺 2 乗すると,

$$0.0384 \doteq \frac{1.96^2}{100} \geq \frac{(0.4 - p)^2}{p(1-p)}, \quad 0 < p < 1$$

より

$$1.038 \cdot p^2 - 0.838 \cdot p + 0.16 \leq 0, \quad 0 < p < 1$$

となるので,

$$0.309 \doteq \frac{0.838 - \sqrt{0.838^2 - 4 \cdot 1.038 \cdot 0.16}}{2 \cdot 1.038} \leq p \leq \frac{0.838 + \sqrt{0.838^2 - 4 \cdot 1.038 \cdot 0.16}}{2 \cdot 1.038} \doteq 0.497$$

である. 一般に, n が十分に大きいとき, 不等式

$$\left| \frac{\bar{x} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \right| \leq z(\alpha), \quad 0 < p < 1$$

の解は

$$\bar{x} - z(\alpha) \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}} \leq p \leq \bar{x} + z(\alpha) \sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}$$

で近似できる. ■