

確率統計学 解答例

2014.06.10

■ $\sum_{k=1}^n w_k = 1$ をみたす実数 w_1, w_2, \dots, w_n に対して $S = \sum_{k=1}^n w_k^2$ の最小値を求めよ.

(解) $\sum_{k=1}^n w_k = 1$ より

$$\sum_{k=1}^n \left(w_k - \frac{1}{n} \right)^2 = \sum_{k=1}^n w_k^2 - \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n w_k + \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^n w_k^2 - \frac{1}{n}$$

が成り立つ. したがって,

$$S = \sum_{k=1}^n w_k^2 = \sum_{k=1}^n \left(w_k - \frac{1}{n} \right)^2 + \frac{1}{n}$$

は

$$w_1 = w_2 = \dots = w_n = \frac{1}{n}$$

において最小値 $1/n$ をとる. ■