確率統計学概論　解答例

2014.10.27

■　10 本中当たりが 2 本，はずれが 8 本含まれたクジがある．このクジを順番に 1 本ずつ引いていき，引いたクジは元に戻さないとする．このとき，k （$1 \leq k \leq 10$）番目に引いた人が当たる確率を求めよ．

（解） k 番目の人が当たるためには，当たりくじが (a) 2 本または (b) 1 本残っていなければならない．(a) の場合には，1 番目から $(k-1)$ 番目の人がすべてはずれクジを引いていることになる．$k=10$ のときには，はずれクジは 8 本であるからこの場合は起こらず，確率は 0 である．$k \leq 9$ のときには

$$\frac{{}_8P_{k-1} \cdot {}_2P_1}{{}_{10}P_k}$$

となる．(b) の場合には，1 番目から $(k-1)$ 番目にクジを引いた人の中で 1 人のみ当たりクジを引いていることになる．$k=1$ のときには，当たりクジは 2 本あるからこの場合は起こらず，確率は 0 である．$k \geq 2$ のときには

$$(k-1) \cdot \frac{{}_8P_{k-2} \cdot {}_2P_2}{{}_{10}P_k}$$

となる．したがって，(i) $k=1$ のときの確率は

$$\frac{{}_8P_0 \cdot {}_2P_1}{{}_{10}P_1} + 0 = \frac{1 \cdot 2}{10} = \frac{1}{5},$$

(ii) $2 \leq k \leq 9$ のときの確率は

$$\frac{{}_8P_{k-1} \cdot {}_2P_1}{{}_{10}P_k} + (k-1) \cdot \frac{{}_8P_{k-2} \cdot {}_2P_2}{{}_{10}P_k} = \frac{10-k}{45} + \frac{k-1}{45} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5},$$

(iii) $k=10$ のときの確率は

$$0 + 9 \cdot \frac{{}_8P_8 \cdot {}_2P_2}{{}_{10}P_{10}} = \frac{9 \cdot 8! \cdot 2}{10!} = \frac{1}{5}$$

である．■