

確率統計学概論 解答例

2014.10.14

■ n を 0 以上の整数とする. 点 P, Q は, 1 辺の長さが 1 である正四面体 ABCD の頂点の上を, 以下の条件 (a), (b) をみたしながら移動する.

(a) 時刻 $t = 0$ において, 点 P は頂点 A に, 点 Q は頂点 B にいる.

(b) 時刻 $t = n + 1$ において, 点 P と点 Q は各々, 時刻 $t = n$ のときにいた頂点から, 他の 3 つの頂点のいずれかに, それぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で移動する.

時刻 $t = n$ における点 P と点 Q の間の距離を l_n とおくと, (1) $l_1 = 0$ となる確率, (2) $l_1 = 1$ となる確率を求めよ.

(解) 時刻 $t = 1$ において, 下表のように, 「○」および「△」が点 P, Q がいる可能性があり, 「○」は $l_1 = 0$, 「△」は $l_1 = 1$ であることを意味している.

P \ Q	A	B	C	D
A	×	×	×	×
B	△	×	△	△
C	△	×	○	△
D	△	×	△	○

それぞれの場合の確率は $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ であるから, $l_1 = 0$ となる確率は $2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$, $l_1 = 1$ となる確率は $7 \cdot \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$ である. ■