

## 統計学概論 解答例

2012.01.23

問題  $X \sim N(10, 5^2)$  のとき、次の値を求めよ。

- (1)  $P(X \geq 7)$
- (2)  $P(3 \leq X \leq 13)$
- (3)  $P(|X - 6| \geq 2)$
- (4)  $P(|X - 10| \leq a) = 0.6$  をみたく  $a$

(解)  $Z = \frac{X - 10}{5} \sim N(0, 1^2)$  であり、標準正規分布  $N(0, 1^2)$  の確率密度関数は  $z = 0$  に関して対称であることに注意したい。(1)

$$P(X \geq 7) = P\left(Z \geq \frac{7 - 10}{5}\right) = P(Z \geq -0.6) = P(Z \leq 0.6) = 0.7257$$

である。(2)  $P(Z \leq z) = 1 - P(Z \geq z)$  であるから、

$$\begin{aligned} P(3 \leq X \leq 13) &= P\left(\frac{3 - 10}{5} \leq Z \leq \frac{13 - 10}{5}\right) = P(-1.4 \leq Z \leq 0.6) \\ &= P(Z \leq 0.6) - P(Z \leq -1.4) = P(Z \leq 0.6) - \{1 - P(Z \geq -1.4)\} \\ &= P(Z \leq 0.6) - \{1 - P(Z \leq 1.4)\} = 0.7257 - (1 - 0.9192) = 0.6449 \end{aligned}$$

となる。(3)  $X \leq 4$  と  $X \geq 8$  は互いに排反であるから、

$$\begin{aligned} P(|X - 6| \geq 2) &= P(X \leq 4 \text{ または } X \geq 8) = P(X \leq 4) + P(X \geq 8) \\ &= P\left(Z \leq \frac{4 - 10}{5}\right) + P\left(Z \geq \frac{8 - 10}{5}\right) = P(Z \leq -1.2) + P(Z \geq -0.4) \\ &= \{1 - P(Z \geq -1.2)\} + P(Z \geq -0.4) = \{1 - P(Z \leq 1.2)\} + P(Z \leq 0.4) \\ &= (1 - 0.8849) + 0.6554 = 0.7705 \end{aligned}$$

が得られる。(4)  $a > 0$  であることに注意したい。

$$\begin{aligned} 0.6 &= P(|X - 10| \leq a) = P(10 - a \leq X \leq 10 + a) = P\left(\frac{(10 - a) - 10}{5} \leq Z \leq \frac{(10 + a) - 10}{5}\right) \\ &= P\left(-\frac{a}{5} \leq Z \leq \frac{a}{5}\right) = P\left(Z \leq \frac{a}{5}\right) - P\left(Z \leq -\frac{a}{5}\right) = P\left(Z \leq \frac{a}{5}\right) - \left\{1 - P\left(Z \geq -\frac{a}{5}\right)\right\} \\ &= P\left(Z \leq \frac{a}{5}\right) - \left\{1 - P\left(Z \leq \frac{a}{5}\right)\right\} = 2P\left(Z \leq \frac{a}{5}\right) - 1 \end{aligned}$$

より  $P\left(Z \leq \frac{a}{5}\right) = 0.8$  である。数値表より  $\frac{a}{5} = 0.84$  であるから  $a = 4.2$  となる。■