

## 統計学概論 解答例

2011.10.17

問題 (i)  $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$  および (ii)  $(A \cap B) \cap (A \setminus B) = \emptyset$  が成り立つことを示せ.

(解) (i)  $A \cap B \subset A, A \setminus B \subset A$  より  $(A \cap B) \cup (A \setminus B) \subset A$  である. 任意に  $x \in A$  をとると,  $x \in B$  または  $x \notin B$  の何れかが成り立ち, 定義より,  $x \in B$  なら  $x \in A \cap B$  であり,  $x \notin B$  なら  $x \in A \setminus B$  である. つまり,  $A \subset (A \cap B) \cup (A \setminus B)$  である. したがって,  $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$  が成り立つ. (ii)  $(A \cap B) \cap (A \setminus B) \neq \emptyset$  と仮定する. このとき,  $x \in (A \cap B) \cap (A \setminus B)$  をみたす  $x$  をとることができ,  $x \in A \cap B$  かつ  $x \in A \setminus B$  が成り立つ.  $x \in A \cap B$  より  $x \in B$  であるが,  $x \in A \setminus B$  より  $x \notin B$  となり, 矛盾である. したがって,  $(A \cap B) \cap (A \setminus B) = \emptyset$  である. ■