

## 応用数学 I 解答例

2011.07.26

問題 100 点満点のテストを行ったところ、母集団は正規分布に従っていた。この母集団から無作為に選ばれた 5 人の点数が

$$91, \quad 43, \quad 95, \quad 100, \quad 98$$

のとき、(1) 母平均  $\mu$  が 75 と分かっている場合と (2) 母平均が未知の場合それぞれについて、信頼係数 0.90 の母分散  $\sigma^2$  の信頼区間を求めよ。

(解) データの和および 2 乗和はそれぞれ

$$\sum_{k=1}^5 x_k = 91 + 43 + 95 + 100 + 98 = 427, \quad \sum_{k=1}^5 x_k^2 = 91^2 + 43^2 + 95^2 + 100^2 + 98^2 = 38759$$

であるから、 $\bar{x} = \frac{427}{5} = 85.4$ ,

$$\sum_{k=1}^5 (x_k - \mu)^2 = \sum_{k=1}^5 x_k^2 - 2\mu \sum_{k=1}^5 x_k + 5\mu^2 = 38759 - 2 \cdot 75 \cdot 427 + 5 \cdot 75^2 = 2834,$$

$$\sum_{k=1}^5 (x_k - \bar{x})^2 = \sum_{k=1}^5 x_k^2 - 2\bar{x} \sum_{k=1}^5 x_k + 5\bar{x}^2 = 38759 - 2 \cdot 85.4 \cdot 427 + 5 \cdot 85.4^2 = 2293.2$$

となる。(1) の場合には、 $q_1 = 1.145$ ,  $q_2 = 11.070$  であるから、

$$1.145 \leq \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^5 (x_k - \mu)^2 = \frac{2834}{\sigma^2} \leq 11.070 \quad \iff \quad 256.0 \leq \sigma^2 \leq 2475.1$$

より求める信頼区間は  $[256.0, 2475.1]$  である。(2) の場合には、 $q_1 = 0.711$ ,  $q_2 = 9.488$  であるから、

$$0.711 \leq \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^5 (x_k - \bar{x})^2 = \frac{2293.2}{\sigma^2} \leq 9.488 \quad \iff \quad 241.7 \leq \sigma^2 \leq 3225.3$$

より求める信頼区間は  $[241.7, 3225.3]$  である。■