確率統計学１　課題　解答例

2020.10.21

$\boxed{1}$　数直線上を動く動点 P は最初原点（$x=0$）にいる．

(a) コインを投げ，表が出たら P は右へ $+1$ 進み，裏が出たら P は左へ $+1$ 進む．

(b) P が $x=-2$ または $x=2$ に辿り着くまで，操作 (a) を繰り返し，辿り着いた時点でコインを投げるのをやめ，すべての操作を終了する．

このとき，次を求めよ．

(1) コインを 5 回投げた後にちょうど終了する確率

(2) コインを 5 回投げ終わった時点で終了していない確率

(解) (1): 4 回までは -1，0，1 の何れかでなければならない．1 回目に表［裏］が出たとき，2 回目は裏［表］が出なければならず，コインを 2 回投げた後に P は原点にいる．コインを 4 回投げた後に P は原点におり，1 回のコイン投げでの移動距離は 1 なので，5 回投げた後に P が $x=-2$ または $x=2$ にいることはできない．したがって，求める確率は 0 である．

(2): コインを k （$k \in \mathbb{N}$）回投げた後に P が $x=-2$ または $x=2$ に辿り着き，終了する確率を p_k とする．(1) と同様に $p_1=0$，$p_3=0$，$p_5=0$ である．2 回で終了するためには，表表または裏裏であるから

$$p_2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

となる．2 回終了時に P が原点にいるためには表裏または裏表であり，その確率は

$$q = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

であるから，4 回で終了する確率は

$$p_4 = q\cdot p_2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

となる．したがって，求める確率は

$$1-(p_1+p_2+p_3+p_4+p_5) = 1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$$

である．■