

確率統計学 1 課題 解答例

2020.10.07

1

n を自然数とする。積み木が積まれていない状態から始めて、次の試行を行う。

コインを投げ、表が出たら、1段積み木を積む、裏が出たら、積まれた積み木をすべて取り去るという操作を n 回繰り返す。

試行終了後、積み木が k ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) 段積まれている確率 p_k を求めよ。ただし、 $k = 0$ のときには、積み木が積まれていない状態を意味するものとする。

(解) (1) $k = n$ のときには、 n 回続けて表が出ればよいので、

$$p_k = \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^n}$$

である。(2) $k < n$ のときには、コインの出目は

$$\underbrace{\ast \ \ast \ \cdots \ \ast}_{(n-k-1) \text{ 回}} \ \text{裏} \ \underbrace{\text{表} \ \text{表} \ \cdots \ \text{表}}_{k \text{ 回}}$$

となる。ここで、 \ast は表でも裏でも良い。したがって、

$$p_k = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{2^{k+1}}$$

である。 ■