確率統計学 1　解答例

2019.10.16

■　原点を出発して，次の規則で，数直線上を移動する点 P がある．

移動規則：　コインを投げて表が出たら右へ 1，裏が出たら左へ 1 移動する．

このとき，(1) コインを 6 回投げたとき，点 P が原点にいる確率 p_6，(2) 自然数 n を任意に固定し，コインを n 回投げたとき，点 P が原点にいる確率 p_n を求めよ．

(解) (1) 表が 3 回，裏が 3 回出ればよいので，求める確率は

$$p_6 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

である．(2) n 回コインを投げて，表が k 回，裏が ℓ 回出たとする．点 P が原点にいるためには，$n = k + \ell$，$k = \ell$ でなければならない．$n = 2k$ となるので，n は偶数でなければならない．したがって，n が奇数のとき $p_n = 0$ であり，n が偶数のとき

$$p_n = {}_nC_k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{1}{2}\right)^\ell = \frac{{}_nC_{\frac{n}{2}}}{2^n}$$

である．■