確率統計学概論　解答例

2019.05.22

■　異なった 6 個の玉を次のように分ける方法は何通りあるか調べよ．

(1) 3 人に分ける．ただし，0 個の人がいてもよいとする．

(2) 3 人に分ける．ただし，0 個の人はいないとする．

(3) 3 組に分ける．ただし，0 個の組があってもよいとする．

(4) 3 組に分ける．ただし，0 個の組はないとする．

（解） (1) それぞれの玉は 3 人の何れに分けても良いので，求める場合の数は $3^6 = 729$ 通りである．(2) (a) 1 人を選び，その人に玉を 6 個分ける分け方は 3 通りである．(b) 玉を分ける 2 人を選び，その人たちに 1 個以上，合計 6 個を分ける分け方は $3 \cdot (2^6 - 2) = 186$ 通りである．求める場合の和は，問 (1) の場合の数から，(a) および (b) の場合の数を引けばよいので，$729 - (3 + 186) = 540$ 通りである．(3) 前回の問 (3) より，区別のない 6 個の玉を 3 組の分ける分け方は

$$(0,0,6),\quad (0,1,5),\quad (0,2,4),\quad (0,3,3),\quad (1,1,4),\quad (1,2,3),\quad (2,2,2)$$

である．異なった 6 個を上記のように分けたときの場合の数はそれぞれ次のようになる．

$(0,0,6):\ {}_6C_6 = 1$ 通り　　$(0,1,5):\ {}_6C_1 \cdot {}_5C_5 = 6$ 通り

$(0,2,4):\ {}_6C_2 \cdot {}_4C_4 = 15$ 通り　　$(0,3,3):\ \dfrac{{}_6C_3 \cdot {}_3C_3}{2!} = 10$ 通り

$(1,1,4):\ \dfrac{{}_6C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_4C_4}{2!} = 15$ 通り　　$(1,2,3):\ {}_6C_1 \cdot {}_5C_2 \cdot {}_3C_3 = 60$ 通り

$(2,2,2):\ \dfrac{{}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_2}{3!} = 15$ 通り

したがって，求める場合の数は $1 + 6 + 15 + 10 + 15 + 60 + 15 = 122$ 通りである．(4) 問 (3) より，求める場合の数は $15 + 60 + 15 = 90$ 通りである．■