

解析学2 解答例

2018.05.14

■ 実数 $x = (A, B)$, $y = (C, D)$ に対して, $x <_{\mathbb{R}} y$ であるならば, ある $q \in \mathbb{Q}$ が存在して $x <_{\mathbb{R}} q^* <_{\mathbb{R}} y$ が成り立つことを示せ.

(解) $x <_{\mathbb{R}} y$ より $D \subsetneq B$ であるから, $r \in B$ かつ $r \notin D$ をみたす $r \in \mathbb{Q}$ が存在し, $r^* \leq_{\mathbb{R}} y$ が得られる. また, B には最小元が存在しないので, $q < r$ をみたす $q \in B$ が存在する. $q \in B$ より $x <_{\mathbb{R}} q^*$ である. したがって, $x <_{\mathbb{R}} q^* <_{\mathbb{R}} r^* \leq_{\mathbb{R}} y$ となる. ■