

## ■ ベクトル

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

で作られる平行四辺形

$$\{s\mathbf{x} + t\mathbf{y} \mid 0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1\}$$

の面積を求めよ.

(解)  $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{y}$  のなす角を  $\theta$  とすると,

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \cos \theta$$

と表されるので, 求める面積  $S$  は

$$\begin{aligned} S &= |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \sin \theta = \sqrt{|\mathbf{x}|^2 |\mathbf{y}|^2 - (|\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \cos \theta)^2} = \sqrt{|\mathbf{x}|^2 |\mathbf{y}|^2 - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{y})^2} \\ &= \sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2) - (ab + cd)^2} = \sqrt{(ad - bc)^2} = |ad - bc| \end{aligned}$$

となる. ■