

■ $X = \mathbb{R}^2$ における二項関係 $\overset{R}{\sim}$ を

$$(x_1, y_1) \overset{R}{\sim} (x_2, y_2) \iff y_1 - x_1 = y_2 - x_2$$

により定義するとき, $\overset{R}{\sim}$ は X における同値関係であることを示せ.

(解) (1) $y_1 - x_1 = y_1 - x_1$ より $(x_1, y_1) \overset{R}{\sim} (x_1, y_1)$ が成り立つ. (2) $(x_1, y_1) \overset{R}{\sim} (x_2, y_2)$ とする. 定義より $y_1 - x_1 = y_2 - x_2$ が成り立つので, $y_2 - x_2 = y_1 - x_1$ と定義より $(x_2, y_2) \overset{R}{\sim} (x_1, y_1)$ が得られる. (3) $(x_1, y_1) \overset{R}{\sim} (x_2, y_2)$, $(x_2, y_2) \overset{R}{\sim} (x_3, y_3)$ とする. 定義より $y_1 - x_1 = y_2 - x_2$, $y_2 - x_2 = y_3 - x_3$ であるから, $y_1 - x_1 = y_2 - x_2 = y_3 - x_3$ と定義より $(x_1, y_1) \overset{R}{\sim} (x_3, y_3)$ が成り立つ. 以上から, 二項関係 $\overset{R}{\sim}$ は同値関係である. ■