

## 解析学 II 解答例

2016.04.11

■ 実数  $x_1$  を適当に与えて, 数列  $\{x_n\}$  を

$$x_{n+1} = 2x_n + 2^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

により定義するとき, 一般項  $x_n$  を求めよ.

(解)  $x_n = 2^n y_n$  とおくと,  $y_1 = x_1/2$  であり,

$$y_{n+1} = \frac{x_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2x_n + 2^n}{2^{n+1}} = \frac{x_n}{2^n} + \frac{1}{2} = y_n + \frac{1}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

がみたされるので, 数列  $\{y_n\}$  は公差  $1/2$  の等差数列である. したがって,

$$y_n = y_1 + \frac{1}{2} \cdot (n-1), \quad \text{つまり, } x_n = (x_1 + n - 1)2^{n-1}$$

である. ■