

## 解析学概論 解答例

2015.06.15

■ 各  $n \in \mathbb{N}_0$  に対して,  $\Phi_n : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  を帰納的に (1)  $\Phi_n(0) = 0$ , (2)  $\Phi_n(S(m)) = S(\Phi_n(m))$  ( $m \in \mathbb{N}_0$ ) により定義する. このとき, すべての  $n \in \mathbb{N}_0$  に対して  $\Phi_0(n) = n$  が成り立つことを示せ.

(解) (a)  $\Phi_n$  の定義 (1) より  $\Phi_0(0) = 0$  が成り立つ. (b)  $\Phi_0(n) = n$  を仮定すると,

$$\Phi_0(S(n)) \stackrel{\text{定義(2)}}{=} S(\Phi_0(n)) \stackrel{\text{仮定}}{=} S(n)$$

が成り立つ. 数学的帰納法より, すべての  $n \in \mathbb{N}_0$  に対して  $\Phi_0(n) = n$  が成り立つ. ■