

解析学概論 解答例

2014.07.07

■ 整数の集合 \mathbb{Z} における加法 $+$ と乗法 \times について $(-1) \times (-1) = 1$ が成り立つことを示せ.

(解) \mathbb{Z} は加法 $+$ について可換群であるから, 引き算 (加法に関する逆元を加えること) ができることに注意したい. $0 + 0 = 0$ と分配法則より

$$0 \times (-1) = (0 + 0) \times (-1) = 0 \times (-1) + 0 \times (-1)$$

となり, $0 \times (-1) = 0$ であるから,

$$\begin{aligned} (-1) \times (-1) &= (-1) \times (-1) + 0 = (-1) \times (-1) + (-1) + 1 = (-1) \times (-1) + 1 \times (-1) + 1 \\ &= \{(-1) + 1\} \times (-1) + 1 = 0 \times (-1) + 1 = 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

が得られる. ■