

解析学概論 解答例

2012.05.01

■ X, Y を集合とし, $f: X \rightarrow Y$ を写像とする. このとき, 次が成り立つことを示せ.

- (1) $A_1 \subset A_2 \subset X$ ならば, $f(A_1) \subset f(A_2)$ である.
- (2) $B_1 \subset B_2 \subset Y$ ならば, $f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2)$ である.

(解) (1) 任意に $y \in f(A_1)$ をとる. 像の定義より, ある $x \in A_1$ が存在して $y = f(x)$ となる. $x \in A_1 \subset A_2$ より $y = f(x) \in f(A_2)$ である. したがって, $f(A_1) \subset f(A_2)$ が成り立つ.

(2) 任意に $x \in f^{-1}(B_1)$ をとる. 逆像の定義と $B_1 \subset B_2$ より, $f(x) \in B_1 \subset B_2$ であるから, $x \in f^{-1}(B_2)$ となる. したがって, $f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2)$ が成り立つ. ■