

## 解析学概論 解答例

2012.04.15

■ 真理表を用いて、命題

$$(P \implies Q) \iff (P \wedge Q \equiv P)$$

が成り立つことを示せ.

**(解)** 真理値を計算することにより、次の真理表が得られる.

	$P$	$Q$	$P \implies Q$	$P \wedge Q$	$P$	$P \wedge Q \iff P$
(1)	$T$	$T$	$T$	$T$	$T$	$T$
(2)	$T$	$F$	$F$	$F$	$T$	$F$
(3)	$F$	$T$	$T$	$F$	$F$	$T$
(4)	$F$	$F$	$T$	$F$	$F$	$T$

ここで、命題  $A \iff B$  の真理値は、 $A$  と  $B$  の真偽が一致するときには真であり、異なるときには偽であることに注意したい.

( $\implies$ )  $P \implies Q$  がトートロジーであるから、場合 (1), (3), (4) となり、これらの場合には  $P \wedge Q \iff P$  はトートロジーである. したがって、 $(P \implies Q) \implies (P \wedge Q \equiv P)$  である.

( $\impliedby$ )  $P \wedge Q \iff P$  がトートロジーであるから、場合 (1), (3), (4) となり、これらの場合には  $P \implies Q$  はトートロジーである. したがって、 $(P \wedge Q \equiv P) \implies (P \implies Q)$  である.

以上から、命題  $(P \implies Q) \iff (P \wedge Q \equiv P)$  が成り立つ. ■