

## 解析学概論 解答例

2011.05.09

問題 写像  $\Phi_n : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  を、すべての  $n \in \mathbb{N}_0, m \in \mathbb{N}_0$  に対して (1)  $\Phi_n(0) = n$ , (2)  $\Phi_n(S(m)) = S(\Phi_n(m))$  により定義するとき、すべての  $n \in \mathbb{N}_0$  に対して  $\Phi_0(n) = n$  が成り立つことを示せ。

(解) (i)  $n = 0$  のとき、 $\Phi_n$  の定義 (1) より  $\Phi_0(0) = 0$  である。(ii)  $n = k$  のとき  $\Phi_0(k) = k$  であると仮定すると、 $\Phi_n$  の定義 (2) より

$$\Phi_n(S(k)) \stackrel{(2)}{=} S(\Phi_n(k)) \stackrel{\text{仮定}}{=} S(k)$$

となる。数学的帰納法より、すべての  $n \in \mathbb{N}_0$  に対して  $\Phi_0(n) = n$  が成り立つ。■