

## 解析学概論 解答例

2011.04.18

問題  $X$  を集合とし,  $2^X$  を  $X$  の部分集合の集まり (ベキ集合) とする. ただし, 空集合  $\emptyset$  と集合  $X$  自身も  $X$  の部分集合と考える. 二項関係  $\rho$  を, 任意の  $A, B \in 2^X$  に対して

$$A\rho B \iff A \subset B$$

で定義する. このとき,  $\rho$  は  $2^X$  上の順序関係であることを示せ.

(解) (i) 任意に  $A \in 2^X$  をとる.  $A$  は  $X$  の部分集合だから,  $A \subset A$  が成り立ち,  $\rho$  の定義より  $A\rho A$  となる. (ii)  $A\rho B$  かつ  $B\rho A$  とする.  $\rho$  の定義より  $A \subset B$  かつ  $B \subset A$  であるから, 集合の相等より  $A = B$  が成り立つ. (iii)  $A\rho B$  かつ  $B\rho C$  とする.  $\rho$  の定義より  $A \subset B$  かつ  $B \subset C$  であるから, 包含関係の推移法則より  $A \subset C$  となる.  $\rho$  の定義より  $A\rho C$  が成り立つ. 以上のことから,  $\rho$  は  $2^X$  上の順序関係である. ■