

## 解析学概論 解答例

2011.04.11

問題 二項関係  $\rho$  を集合  $X$  上の同値関係とする．このとき，

$$a\rho b \iff C(a) = C(b)$$

が成り立つことを示せ．ここで，集合  $C(a)$  は同値関係  $\rho$  による要素  $a$  を代表元とする同値類である．

(解) ( $\Leftarrow$ ):  $a \in C(a)$  より  $a \in C(b)$  であるから，同値類の定義より  $a\rho b$  である．

( $\Rightarrow$ ): 任意の  $x \in C(a)$  に対して， $a\rho b$ ， $x\rho a$  および同値関係の定義 (iii) より  $x\rho b$  つまり  $x \in C(b)$  が成り立つので， $C(a) \subset C(b)$  となる．また，任意の  $x \in C(b)$  に対して， $a\rho b$ ， $x\rho b$  および同値関係の定義 (ii)，(iii) より  $x\rho a$  つまり  $x \in C(a)$  が成り立つので， $C(b) \subset C(a)$  となる．集合の相等の定義より  $C(b) = C(a)$  である． ■