

## 解析学 II 解答例

2011.05.30

問題  $a > 0$  とする．関数  $w = z^2$  によって，複素数平面上の円  $|z| = a$  はどのような図形に写されるか調べよ．

(解)  $\theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) を用いて， $z$  は

$$z = a e^{i\theta} = a \cos \theta + i a \sin \theta$$

と表せるので，

$$w = (a e^{i\theta})^2 = a^2 e^{i2\theta} = a^2 \cos 2\theta + i a^2 \sin 2\theta$$

となる．したがって， $z$  が原点を中心とする半径  $a$  の円を反時計回りに 1 周するとき， $w$  は原点を中心とする半径  $a^2$  の円を反時計回りに 2 周する． ■