

解析学 II 解答例

2011.05.23

問題 定数 $a \in \mathbb{R}$ に対して、曲線 $a + ix$ ($x \in \mathbb{R}$) および e^{a+ix} ($x \in \mathbb{R}$) を複素数平面上に図示せよ。

(解) 曲線 $a + ix$ ($x \in \mathbb{R}$) の表す図形は、複素数平面上の点 $z = a$ を通り、虚軸に平行な直線である。

$$e^{a+ix} = e^a e^{ix} = e^a (\cos x + i \sin x) = e^a \cos x + i e^a \sin x$$

より

$$|e^{a+ix}| = \sqrt{(e^a \cos x)^2 + (e^a \sin x)^2} = e^a \sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x} = e^a$$

となるので、曲線 e^{a+ix} ($x \in \mathbb{R}$) の表す図形は、原点を中心とし、半径 e^a の円である。■