

## 解析学 I 解答例

2011.10.25

問題  $0 \leq r < 1$  とする.  $\frac{1}{r} = 1 + h$  ( $h > 0$ ) とおくと,  $n$  に依存しないある正数  $C$  が存在し, すべての自然数  $n$  に対して  $0 \leq r^n \leq \frac{C}{n}$  が成り立つことを示せ.

(解) 二項定理より

$$0 \leq r^n = \frac{1}{(1+h)^n} = \frac{1}{\sum_{\ell=0}^n {}_n C_{\ell} h^{\ell}} < \frac{1}{{}_n C_1 h^1} = \frac{1}{hn}$$

が得られ,  $C = \frac{1}{h}$  とおけばよい. ■