

## 解析学 I (221700) 解答例

2011 年 2 月 2 日

$\mathbb{N}$  から  $\mathbb{N}$  への関数  $n(k)$  が狭義の単調増加, つまり, すべての  $k < \ell$  に対して  $n(k) < n(\ell)$  をみたすとき, すべての  $k \in \mathbb{N}$  に対して  $n(k) \geq k$  であることを示せ.

(解) 数学的帰納法を用いて示す. (i)  $n(1) \in \mathbb{N}$  より  $n(1) \geq 1$  である. (ii)  $n(\ell) \geq \ell$  であると仮定する. 関数  $n(k)$  が狭義の単調増加であることより,  $n(\ell+1) > n(\ell)$  となり,

$$n(\ell+1) \geq n(\ell) + 1 \geq \ell + 1$$

が成り立つ. 数学的帰納法より, すべての自然数  $k$  に対して  $n(k) \geq k$  が成り立つ. ■