

解析学 I (221700) 解答例

2010 年 12 月 15 日

$-1 < r < 0$ のとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$ であることを示せ.

(解) $t = -r \in (0, 1)$ とおく. $1 < \frac{1}{t} = 1 + h$ をみたす $h > 0$ が取れ, $\frac{1}{t^n} = (1 + h)^n > nh$ が得られる.
 $r^n = (-1)^n t^n$ より

$$-\frac{1}{nh} < -t^n \leq r^n \leq t^n < \frac{1}{nh}, \quad n \in \mathbb{N}$$

が成り立つ. はさみうちの原理と $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nh} = 0$ より, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$ となる. ■