

## 解析学 I (221700) 解答例

2010 年 12 月 1 日

任意の実数  $x, y$  に対して  $|x + y| \leq |x| + |y|$ ,  $|xy| = |x||y|$  が成り立つことを示せ.

(解) 任意の実数  $x, \varepsilon$  ( $\varepsilon \geq 0$ ) に対して

$$|x| \leq \varepsilon \iff -\varepsilon \leq x \leq \varepsilon$$

が成り立つことに注意したい. 任意の実数  $x$  に対して  $-|x| \leq x \leq |x|$  であるから,

$$-(|x| + |y|) = -|x| - |y| \leq x + y \leq |x| + |y|$$

が得られ,  $|x + y| \leq |x| + |y|$  が成り立つ. 後半は, すべて  $x \geq 0$  に対して  $x = |x| = |-x|$  より明らかである. ■