

解析学Ⅱ・数値計算法 追加課題

提出締切日： 2010年7月31日

提出方法： 電子メール

E m a i l : kanon@ed.ehime-u.ac.jp

次の5問の中から2問選択して、その解答をMicrosoft Wordなどで電子的なファイルにし、電子メールにそのファイルを添付して提出締切日までに提出してください。

1 $n \times n$ 行列 A のスペクトル半径 $\rho(A)$ が $\rho(A) < 1$ をみたすならば、 $(I - A)^{-1}$ が存在し、

$$(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

であることを示せ。ここで、 I は単位行列であり、 $A^0 = I$ とする。

2 $A = (a_{ij})$ を対角優位な $n \times n$ 行列、つまり

$$|a_{jj}| > \sum_{k \neq j} |a_{jk}|, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

とする。ヤコビ法を適用して連立方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ の近似解を求めることができるかどうかを調べよ。

3 連立方程式を解くために必要なデータ n , A , \mathbf{b} をファイル (jacobi.dat) から読み込み、ヤコビ法を用いて n 元連立方程式 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ の近似解を求め、その近似解を出力するプログラムを作成せよ。

4 ヤコビ法を用い、いくつかの初期値で、連立方程式

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 6 & -1 & -1 \\ -1 & 6 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 6 \\ 6 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

の近似解を求めることができるかどうか確認せよ。

5 対角要素の絶対値が大きな値になるように行と列を入れ替えること (ピボットの

選択) により, (1) は対角優位な係数行列をもつ連立方程式

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 6 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 6 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

になるので, ヤコビ法を適用して (2) の近似解を求めることができ, それにより (1) の近似解を求めることができる. このようなピボットの選択により, 1 で作成したプログラムを改良せよ.