解析学 I　レポート問題

2009.02.16

$\boxed{1}$ $\mathbb{Q}$ の部分集合 A_1，A_2 を

$$A_1 = \{\, x \,|\, x \leq 0 \text{ または } x^2 \leq 2 \,\}, \qquad A_2 = \{\, x \,|\, x \geq 0 \text{ かつ } x^2 \geq 2 \}$$

で定義する．このとき，(A_1, A_2) は $\mathbb{Q}$ の切断であることを示し，$\max A_1$ と $\min A_2$ ともに存在しないことを示せ．

$\boxed{2}$ $\mathbb{Q}$ の切断 (A_1, A_2)，(B_1, B_2) に対して，二項関係 $\leq$ を

$$(A_1, A_2) \leq (B_1, B_2) \qquad \Longleftrightarrow \qquad A_1 \subset B_1$$

で定義する．$\leq$ が $\mathbb{Q}$ 上の全順序関係である場合には証明を，そうでない場合には反例を示せ．

$\boxed{3}$ 極限の定義に従って，

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+2n}{1+n} = 2$$

が成り立つことを示せ．

$\boxed{4}$ a，b を実数とし，数列 $\{\, a_n \}$，$\{\, b_n \}$ において

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a, \qquad \lim_{n\to\infty} b_n = b$$

とする．このとき，

$$\lim_{n\to\infty} (a_n + b_n) = a + b, \qquad \lim_{n\to\infty} a_n\, b_n = a\, b$$

が成り立つことを示せ．

提出締切：　平成 21 年 2 月 24 日（火）正午
提出場所：　教育学部 2 号館 3 階数学図書室前のレポートボックス