

解析学3 課題 解答例

2020.11.17

1 方程式 $|z-1| = ||z|-1|$ をみたす解 $z \in \mathbb{C}$ をすべて求めよ.

(解) $\gamma \geq 0$ を与えて, 方程式

$$\gamma = |z-1| = ||z|-1|$$

をみたす解を考えると, (1) 円 $|z-1| = \gamma$ と円 $|z| = 1 - \gamma$ の交点, および, (2) 円 $|z-1| = \gamma$ と円 $|z| = 1 + \gamma$ の交点を求めれば良い. (1) の場合, $\gamma \geq 1$ のときに交点 $z = \gamma - 1$ が得られ, (2) の場合, $\gamma \geq 0$ のときに交点 $z = \gamma + 1$ が得られる. $\gamma \geq 0$ は任意であるから, 方程式 $|z-1| = ||z|-1|$ はすべての $z \in [0, +\infty)$ (実軸の非負の部分に含まれるすべての z) を解としてもつ. ■