

解析学概論 課題 解答例

2020.11.19

1 双曲線正弦関数 $y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ の逆関数を求めよ.

(解) x と y の役割を入れ替えて, 方程式

$$x = \frac{e^y - e^{-y}}{2}, \quad \text{つまり, } (e^y)^2 - 2x e^y - 1 = 0$$

と $e^y > 0$ より $e^y = x + \sqrt{x^2 + 1}$ が得られ, 求める逆関数は $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ である. ■