

解析学概論 課題 解答例

2020.10.26

1 2以上の自然数 n に対して $\sqrt[n]{x}$ の定義を述べよ.

(解) n 乗して x になる実数, つまり, 方程式 $y^n = x$ をみたす実数 y を x の n 乗根という. 例えば, -8 の 3 乗根は -2 であり, 16 の 4 乗根は $2, -2$ である. ここで, n が偶数のとき 2 つあることに注意したい.

■ n が奇数の場合 $x = y^n$ のグラフから, 方程式 $y^n = x$ をみたす y は唯一つ定まり, その値を $\sqrt[n]{x}$ と表す. また, グラフから, $x > 0$ ならば $\sqrt[n]{x} > 0$ であり, $x < 0$ ならば $\sqrt[n]{x} < 0$ である.

■ n が偶数の場合 $x = y^n$ のグラフから, $x > 0$ のとき方程式 $y^n = x$ をみたす y は 2 つ定まり, 正の値を $\sqrt[n]{x}$, 負の値を $-\sqrt[n]{x}$ と表す. また, $\sqrt[n]{0} = 0$ であり, グラフから $x < 0$ のときには $\sqrt[n]{x}$ は存在しない. ■