

解析学概論 課題 解答例

2020.10.12

1 真理値表を用いて、命題 $(P \implies Q) \iff (\neg Q \implies \neg P)$ が成り立つことを示せ.

(解) 真理値の計算により、次の真理値表が得られる. ここで、 $A \iff B$ は

$$(A \longrightarrow B) \wedge (B \longrightarrow A)$$

であり、 $A \iff B$ がトートロジーのとき $A \iff B$ または $A \equiv B$ と表す.

P	Q	$P \longrightarrow Q$	$\neg Q$	$\neg P$	$\neg Q \longrightarrow \neg P$	$(P \longrightarrow Q) \iff (\neg Q \longrightarrow \neg P)$
T	T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T

上記の真理値表により、 $(P \longrightarrow Q) \iff (\neg Q \longrightarrow \neg P)$ が成り立つことに注意したい. $P \longrightarrow Q$ がトートロジーならば $\neg Q \longrightarrow \neg P$ もトートロジーであるから、 $(P \implies Q) \implies (\neg Q \implies \neg P)$ である. 同様に、 $(\neg Q \implies \neg P) \implies (P \implies Q)$ も示せる. ■

解析学概論 課題

2020.10.12

1 真理値表を用いて，命題 $(P \implies Q) \iff (\neg Q \implies \neg P)$ が成り立つことを示せ．