

■ $h > 0$ とする. 数学的帰納法を用いて, すべての自然数 n に対して

$$(1+h)^n \geq 1+nh \quad (*)$$

が成り立つことを示せ.

(解) (1) $n = 1$ のとき

$$(1+h)^1 = 1+h = 1+1 \cdot h$$

より不等式 (*) が成り立つ. (2) $n = k$ のとき不等式 (*) が成り立つと仮定する. $h > 0, k > 0$ より

$$(1+h)^{k+1} = (1+h)(1+h)^k \geq (1+h)(1+kh) = 1+(k+1)h+kh^2 \geq 1+(k+1)h$$

となり, $n = k+1$ のときも不等式 (*) が成り立つ. 数学的帰納法により, すべての自然数 n に対して不等式 (*) が成り立つ. ■