

■ 命題 P, Q, R に対して, 命題

$$(1) P \equiv Q \implies P \wedge R \equiv Q \wedge R$$

$$(2) P \equiv Q \implies P \vee R \equiv Q \vee R$$

が成り立つことを示せ.

(解) $P \equiv Q$ が真であると仮定する. このとき, P と Q の真偽が一致するので, 真理表は次のようになり, $(P \wedge R) \leftrightarrow (Q \wedge R)$ および $(P \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R)$ はトートロジーとなる.

P	Q	R	$P \wedge R$	$Q \wedge R$	$(P \wedge R) \leftrightarrow (Q \wedge R)$	$P \vee R$	$Q \vee R$	$(P \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	F	F	F	T	F	F	T

したがって, $P \wedge R \equiv Q \wedge R$ および $P \vee R \equiv Q \vee R$ が成り立つ. ■