

■  $D = [0, 1] \times [0, 1]$  とするとき, 2重積分

$$\iint_D |x + y - 1| \, dx \, dy$$

を求めよ.

(解) 被積分関数  $|x + y - 1|$  は  $D$  において連続であるから, 上記の積分値は  $x$  で積分し, その後で  $y$  で積分した累次積分と一致するので,

$$\begin{aligned} \iint_D |x + y - 1| \, dx \, dy &= \int_0^1 \left( \int_0^1 |x + y - 1| \, dx \right) dy \\ &= \int_0^1 \left\{ - \int_0^{1-y} (x + y - 1) \, dx + \int_{1-y}^1 (x + y - 1) \, dx \right\} dy \\ &= \int_0^1 \left\{ - \left[ \frac{x^2}{2} + (y-1)x \right]_0^{1-y} + \left[ \frac{x^2}{2} + (y-1)x \right]_{1-y}^1 \right\} dy \\ &= \int_0^1 \left( y^2 - y + \frac{1}{2} \right) dy = \left[ \frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2} + \frac{y}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

となる. ■