

■ 関数 $f(x, y) = \sin(x + y) \cos(x - y)$ の原点 $(0, 0)$ における 2 次のテイラー展開を求めよ.

(解) $\sin x$ の 0 におけるテイラー展開は

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

と表せることに注意したい. 三角関数の積和公式を用いて,

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{\sin\{(x+y) + (x-y)\} + \sin\{(x+y) - (x-y)\}}{2} = \frac{\sin 2x + \sin 2y}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2y)^{2n+1}}{(2n+1)!} \right\} = x + y + (3 \text{ 次以上の項}) \end{aligned}$$

とテイラー展開できる. ■