

■ 関数

$$f(x, y) = -y^2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}$$

の最大値とそのときの (x, y) を求めよ.

(解) $f(x, y)$ を x および y で微分すると,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = x(1 - x^2), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = -2y$$

となる. 各 x に対して,

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \begin{cases} > 0 & (y < 0) \\ = 0 & (y = 0) \\ < 0 & (y > 0) \end{cases}$$

より $f(x, y)$ は $y = 0$ で最大値 $f(x, 0)$ を取る.

x	...	-1	...	0	...	1	...
$\frac{\partial f}{\partial x}(x, 0)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x, 0)$	↗	1/4	↘	0	↗	1/4	↘

また, 上記増減表により, $f(x, y)$ は $(x, y) = (-1, 0)$ および $(x, y) = (1, 0)$ で最大値 $1/4$ を取る. ■