

解析学 1 解答例

2017.09.29

■ 2次元平面上の点を，原点のまわりに角度 60° だけ反時計回りに回転した後に， x 軸に対称に移動し，さらにその後に，原点のまわりに角度 60° だけ時計回りに回転することを表す 1 次変換の行列を求めよ。

(解) 原点のまわりに角度 θ だけ反時計回りに回転することを表す 1 次変換の行列，および x 軸に対称に移動することを表す 1 次変換の行列はそれぞれ

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

であるから，求める 1 次変換の行列は

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \cos(-60^\circ) & -\sin(-60^\circ) \\ \sin(-60^\circ) & \cos(-60^\circ) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix} \\ &= \left\{ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

となる。 ■