2019 年度　微積分 II　出席カード兼小テスト No. 5

2019.11.01

学生証番号（　　　　　　　　　　　　）　　氏名（　　　　　　　　　　　　）

1　関数 $f(x,y) = \log(3 + x^2\,y^4)$ の 1 階偏導関数および 2 階偏導関数をすべて求めよ．

（解）商の微分公式により

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) =& \frac{2\,x\,y^4}{3 + x^2\,y^4}, \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{4\,x^2\,y^3}{3 + x^2\,y^4}, \\
\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =& \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)\right) \\
=& \frac{(2\,y^4)\cdot(3 + x^2\,y^4) - (2\,x\,y^4)\cdot(2\,x\,y^4)}{(3 + x^2\,y^4)^2} = \frac{2\,y^4\,(3 - x^2\,y^4)}{(3 + x^2\,y^4)^2}, \\
\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y) =& \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)\right) \\
=& \frac{(8\,x\,y^3)\cdot(3 + x^2\,y^4) - (2\,x\,y^4)\cdot(4\,x^2\,y^3)}{(3 + x^2\,y^4)^2} = \frac{24\,x\,y^3}{(3 + x^2\,y^4)^2}, \\
\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) =& \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)\right) \\
=& \frac{(8\,x\,y^3)\cdot(3 + x^2\,y^4) - (4\,x^2\,y^3)\cdot(2\,x\,y^4)}{(3 + x^2\,y^4)^2} = \frac{24\,xy^3}{(3 + x^2\,y^4)^2}, \\
\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =& \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)\right) \\
=& \frac{(12\,x^2\,y^2)\cdot(3 + x^2\,y^4) - (4\,x^2\,y^3)\cdot(4\,x^2\,y^3)}{(3 + x^2\,y^4)^2} = \frac{4\,x^2\,y^2\,(9 - x^2\,y^4)}{(3 + x^2\,y^4)^2}
\end{aligned}
$$

となる．■