

学生番号 : _____ 氏名 : _____

/10

1. 定積分 $\int_0^2 \frac{x^2+1}{x+1} dx$ を求めよ.

(解) 関係式 $x^2+1=(x-1)(x+1)+2$ により

$$\begin{aligned}\int_0^2 \frac{x^2+1}{x+1} dx &= \int_0^2 \left(x-1 + \frac{2}{x+1} \right) dt \\ &= \left[\frac{x^2}{2} - x + 2 \log(x+1) \right]_0^2 = 2 \log 3\end{aligned}$$

となる. ■

2. 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx$ を求めよ.

(解) 微分公式 $[\tan x]' = 1/\cos^2 x$ により

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x \cdot [\tan x]' dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\frac{\tan^4 x}{4} \right]' dt = \left[\frac{\tan^4 x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

となる. ■

3. 定積分 $\int_1^e \frac{\log x}{x^2} dx$ を求めよ.

(解) 部分積分法により

$$\begin{aligned}\int_1^e \frac{\log x}{x^2} dx &= \int_1^e \log x \cdot \left[-\frac{1}{x} \right]' dx \\ &= \left[\log x \cdot \left(-\frac{1}{x} \right) \right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \cdot \left(-\frac{1}{x} \right) dx \\ &= -\frac{1}{e} + \left[-\frac{1}{x} \right]_1^e = \frac{e-2}{e}\end{aligned}$$

となる. ■

4. 定積分 $\int_0^1 x^3 \tan^{-1} x dx$ を求めよ.

(解) 部分積分法により

$$\begin{aligned}\int_0^1 x^3 \tan^{-1} x dx &= \int_0^1 \left[\frac{x^4}{4} \right]' \cdot \tan^{-1} x dx \\ &= \left[\frac{x^4}{4} \cdot \tan^{-1} x \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x^2+1} dx \\ &= \frac{\pi}{16} - \int_0^1 \frac{1}{4} \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2+1} \right) dx \\ &= \frac{\pi}{16} - \left[\frac{1}{4} \left(\frac{x^3}{3} - x + \tan^{-1} x \right) \right]_0^1 = \frac{1}{6}\end{aligned}$$

となる. ■