基礎微積分 I ・微積分 I　　小テスト　No. 11

2018.06.22

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿　/10

1. 部分積分法を用いて，不定積分 $\displaystyle\int xe^x\,dx$ を求めよ．

(解) 部分積分法により

$$\int xe^x\,dx = \int x\cdot[e^x]'\,dx = x\cdot e^x - \int 1\cdot e^x\,dx$$
$$= xe^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$$

となる．ここで，C は積分定数である．■

2. 部分積分法を用いて，不定積分 $\displaystyle\int \frac{\log(\log x)}{x}\,dx$ を求めよ．

(解) 合成関数の微分法により

$$\int \frac{\log(\log x)}{x}\,dx = \int \log(\log x)\cdot[\log x]'\,dx$$
$$= \log(\log x)\cdot\log x - \int \frac{1}{x\log x}\cdot\log x\,dx$$
$$= \{\log(\log x) - 1\}\log x + C$$

となる．ここで，C は積分定数である．■

3. 変数変換 $t=\sqrt{x+2}$ を用いて, 不定積分 $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x+2}}\,dx$ を求めよ．

(解) 与えられた変数変換を用いると，$x=t^2-2$ より

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+2}}\,dx = \int \frac{t^2-2}{t}\cdot(2t)\,dt$$
$$= \frac{2}{3}t^3 - 4t + C = \frac{2(x-4)\sqrt{x+2}}{3} + C$$

となる．ここで，C は積分定数である．■

4. 変数変換 $t=e^x$ を用いて，不定積分 $\displaystyle\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}\,dx$ を求めよ．

(解) 変数変換 $t=e^x$ を用いると，

$$\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}\,dx = \int \frac{e^x}{(e^x)^2+1}\,dx$$
$$= \int \frac{1}{t^2+1}\,dt = \tan^{-1}t + C = \tan^{-1}(e^x) + C$$

である．ただし，C は積分定数である．■