基礎微積分 I ・微積分 I　　小テスト　No. 3

2018.04.27

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿　/10

1. 極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{3^n-2^{2n+1}}{4^n+3^{n+2}}$ を調べよ．

(解) $2^{2n}=\left(2^2\right)^n=4^n$ であることに注意したい．分母・分子を 4^n で割ることにより，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3^n-2^{2n+1}}{4^n+3^{n+2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n-2}{1+\left(\frac{3}{4}\right)^n\cdot 9}=\frac{0-2}{1+0\cdot 9}=-2$$

となる．■

2. 極限 $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+2}}$ を調べよ．

(解) $x\to-\infty$ のとき，$x<0$ と考えて良く，$\sqrt{x^2}=|x|=-x$ であることに注意したい．したがって，

$$\begin{aligned}&\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+2}}\\&=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{|x|}\cdot\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}}\right)\\&=(-1)\cdot\frac{1}{1+1}=-\frac{1}{2}\end{aligned}$$

である．■

3. 極限 $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2+3x-4}{x^3-3x^2-x+3}$ を調べよ．

(解) 分母・分子を因数分解すると，

$$\begin{aligned}\lim_{x\to1}\frac{x^2+3x-4}{x^3-3x^2-x+3}&=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+4)}{(x-3)(x-1)(x+1)}\\&=\lim_{x\to1}\frac{x+4}{(x-3)(x+1)}=-\frac{5}{4}\end{aligned}$$

となる．■

4. 極限 $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ を調べよ．

(解) $\sin^2 x=1-\cos^2 x=(1-\cos x)(1+\cos x)$ より

$$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 x}=\lim_{x\to0}\frac{1}{1+\cos x}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

となる．■